UNIVERSITE MOHAMMED PREMIER
ECOLE NATIONALE DES SCIENCES APPLIQUEES
OUJDA-MAROC

Filière : Génie Civil $1^{\text{ère}}$ année — Année universitaire : 2014-2015

Elément de module : Analyse des données — Enseignant : M. Derouich

Fiche TD $N°$: 4

Exercice 1. :

Soit V le tableau suivant : $V = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

1. Calculer le trace de V
2. Déterminer les différentes valeurs propres de V
3. Trouver un vecteur propre associé à la valeur propre $\lambda = 0$
4. Déterminer des vecteurs propres orthonormés de V associés aux valeurs propres de V différentes de 0

Exercice 2. :

Soit X le tableau suivant : $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

On considère les six vecteurs $x_1, x_2, \cdots, x_6$ de $\mathbb{R}^3$(muni de la métrique euclidien usuelle) dont les composantes sont données par les lignes de X . On pose $m_i = 1/6$ pours $i = 1; 2; \cdots, 6$

1. Montrer que le nuage N de six vecteurs est centré à l'origine de $\mathbb{R}^3$. Calculer $V = 1/6 \sum_{i=1}^{6} x_i x_i'$
2. Calculer I_G, moment d'inertie de N par rapport à l'origine
3. Déterminer les différentes valeurs propres de V
4. Déduire la dimension de l'espace qui contient le nuage des individus
5. Trouver un vecteur propre associé à la valeur propre $\lambda = 0$
6. Déterminer des vecteurs propres orthonormés de V associés aux valeurs propres de V différentes de 0, et représenter N dans le sous-espace de $\mathbb{R}^3$ engendré par ces vecteurs.

Exercice 3. :

On considère Le tableau Y de notes sur 20 obtenues par 9 élèves en mathématiques, physique , français, et anglais.(n=9 individus , p=4 variables) :

	mathématiques	physique	français	anglais
Jean	6.0	6.0	5.0	5.5
Aline	8.0	8.0	8.0	8.0
Annie	6.0	7.0	11.0	9.5
Monique	14.5	14.5	15.5	15.0
Didier	14.0	14.0	12.0	12.5
André	11.0	10.0	5.5	7.0
Pierre	5.5	7.0	14.0	11.5
Brigitte	13.0	12.5	8.5	9.5
Evelyne	9.0	9.5	12.5	12.0

1. montrer que le centre de gravité est donné par le vecteur : $G = \begin{pmatrix} 9.67 \\ 9.83 \\ 10.22 \\ 10.06 \end{pmatrix}$.

2. On désire soumettre le tableau Y à un ACP. Pour cela on est conduit à rechercher les vecteur propre de la matrice $V = 1/9X'X$ des variances-covariances des cinq variables, qui est

$$V = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 11.389 & 9.917 & 2.657 & 4.824 \\ 9.917 & 8.944 & 4.120 & 5.481 \\ 2.657 & 4.120 & 12.062 & 9.293 \\ 4.824 & 5.481 & 9.293 & 7.914 \\ \hline \end{array}$$

a- Indiquer la transformation qui permet de passer de la matrice Y à la matrice X. Calculer la première ligne de X

b- Calculer I_G, moment d'inertie de N par rapport à l'origine

c- Les deux plus grandes valeurs propres de la matrice V des variances-covariances sont $\lambda_1 = 28.253, \lambda_2 = 12.075$. Quels sont les taux d'inertie expliquée par chacun des deux axes factoriels correspondant ? En limitant la représentation à l'espace des 2 premiers facteurs. Quel est le taux d'inertie totale expliquée par cette représentation ? que peut-on en conclure ?

d- Les deux vecteurs propres normés de V sont donnés dans le tableau ci-dessous :

	1	2
Maths	0.515	-0.567
Physique	0.507	-0.372
Français	0.492	0.650
Anglais	0.485	0.323

Calculer les coordonnées de " Jean " sur les deux axes factoriels.

3. Calculer les coefficients de corrélation linéaire entre le premier facteur et les 5 variables

4. Les corrélations entre les variables et les autres facteurs sont données ci-dessous

	1	2	3	4
math	0.81	-0.584	0.01	-0.02
phys	0.90	-0.432	-0.03	0.02
fran	0.75	0.651	-0.02	-0.01
ang	0.92	0.399	0.04	0.02

Donner brièvement un interprétation possible pour les 2 facteurs.

5. En utilisant les résultats obtenus à la première et à la troisième question, calculer le carré du cosinus de l'angle α entre $\overrightarrow{Gu_1}$ et un axe Δ_1 de vecteur directeur unitaire a_1 (l'indice ponctuel de la représentation de " Jean " sur le premier axe factoriel). Puis sur le plan des deux premiers facteurs. Conclure.

Exercice 4. :
On dispose, pour 15 villes de France, des moyennes mensuelles de températures calculées sur 30 ans (de 1931 à 1960). Ces données sont rassemblées dans la Table ci-jointe qui croise les 15 villes (lignes) et les 12 mois de l'année (colonnes). Dans ce tableau, les 2 dernières colonnes représentent la latitude et la longitude de chaque ville. Toutes ces données sont regroupées dans le fichier temper.mat sur Jalon. Le fichier contient 3 variables : data Matrice de taille 15*14 contenant les températures moyennes des 15 villes françaises sur 12 mois ainsi que la latitude et longitude de ces vile (2 dernière colonnes). varname Liste contenant les noms des variables associées à chaque colonne de data. villes Liste contenant les noms des villes associées à chaque ligne de data.

On soumet le tableau des températures à un ACP normée (voir les Les résultats obtenus avec le logiciel SPSS pour une ACP normée)

	Janv	Févr	Mars	Avri	Mai	Juin	juil	Août	Sept	Octo	Nove	Déce	La
Bordeaux	5.6	6.6	10.3	12.8	15.8	19.3	20.9	21	18.6	13.8	9.1	6.2	44
Brest	6.1	5.8	7.8	9.2	11.6	14.4	15.6	16	14.7	12	9	7	48
Clermont	2.6	3.7	7.5	10.3	13.8	17.3	19.4	19.1	16.2	11.2	6.6	3.6	45
Grenoble	1.5	3.2	7.7	10.6	14.5	17.8	20.1	19.5	16.7	11.4	6.5	2.3	45
Lille	2.4	2.9	6	8.9	12.4	15.3	17.1	17.1	14.7	10.4	6.1	3.5	50
Lyon	2.1	3.3	7.7	10.9	14.9	18.5	20.7	20.1	16.9	11.4	6.7	3.1	45
Marseille	5.5	6.6	10	13	16.8	20.8	23.3	22.8	19.9	15	10.2	6.9	43
Montpellier	5.6	6.7	9.9	12.8	16.2	20.1	22.7	22.3	19.3	14.6	10 6.5	43.36	3.
Nantes	5	5.3	8.4	10.8	13.9	17.2	18.8	18.6	16.4	12.2	8.2	5.5	47
Nice	7.5	8.5	10.8	13.3	16.7	20.1	22.7	22.5	20.3	16	11.5	8.2	43
Paris	3.4	4.1	7.6	10.7	14.3	17.5	19.1	18.7	16	11.4	7.1	4.3	48
Rennes	4.8	5.3	7.9	10.1	13.1	16.2	17.9	17.8	15.7	11.6	7.8	5.4	48
Strasbourg	0.4	1.5	5.6	9.8	14	17.2	19	18.3	15.1	9.5	4.9	1.3	48
Toulouse	4.7	5.6	9.2	11.6	14.9	18.7	20.9	20.9	18.3	13.3	8.6	5.5	43
Vichy	2.4	3.4	7.1	9.9	13.6	17.1	19.3	18.8	16	11	6.6	3.4	46

	Janv	Févr	Mars	Avri	Mai	Juin	juil	Août	Sept	Octo	Nove	Déce
Bordeaux	0.84	0.98	1.40	1.33	0.94	0.85	0.52	0.74	0.90	0.84	0.67	0.72
Brest	1.10	0.54	-0.29	-1.30	-1.95	-1.98	-2.06	-1.83	-1.28	-0.18	0.62	1.14
Clermont	-0.71	-0.63	-0.50	-0.50	-0.44	-0.31	-0.21	-0.24	-0.44	-0.63	-0.76	-0.66
Grenoble	-1.28	-0.90	-0.36	-0.28	0.05	-0.02	0.13	-0.03	-0.16	-0.52	-0.82	-1.35
Lille	-0.81	-1.07	-1.51	-1.52	-1.40	-1.46	-1.33	-1.27	-1.28	-1.09	-1.05	-0.71
Lyon	-0.97	-0.85	-0.36	-0.06	0.32	0.38	0.42	0.27	-0.05	-0.52	-0.70	-0.92
Marseille	0.79	0.98	1.20	1.48	1.63	1.71	1.69	1.66	1.63	1.52	1.30	1.09
Montpellier	0.84	1.03	1.13	1.33	1.22	1.31	1.39	1.41	1.30	1.29	1.19	0.87
Nantes	0.53	0.26	0.11	-0.13	-0.37	-0.37	-0.50	-0.50	-0.33	-0.07	0.16	0.35
Nice	1.82	2.03	1.74	1.70	1.56	1.31	1.39	1.51	1.86	2.08	2.05	1.77
Paris	-0.30	-0.41	-0.43	-0.20	-0.09	-0.19	-0.36	-0.45	-0.55	-0.52	-0.47	-0.29
Rennes	0.43	0.26	-0.23	-0.64	-0.92	-0.94	-0.94	-0.91	-0.72	-0.41	-0.07	0.29
Strasbourg	-1.84	-1.85	-1.78	-0.86	-0.30	-0.37	-0.41	-0.65	-1.06	-1.60	-1.74	-1.87
Toulouse	0.37	0.42	0.65	0.45	0.32	0.50	0.52	0.69	0.74	0.55	0.39	0.35
Vichy	-0.81	-0.79	-0.77	-0.79	-0.57	-0.42	-0.26	-0.39	-0.55	-0.75	-0.76	-0.76

tableau centré-réduit

1. Déterminer le centre de gravité du nuage
2. Calculer I_G, moment d'inertie de N par rapport à l'origine
3. Quelle est l'inertie associée au premier axe factoriel ? Au second axe ? Quelle est l'inertie totale ? Quel est le pourcentage d'inertie associé au premier plan

factoriel ?

4. Produire les corrélations des variables avec l'axe 1 et les trier de façon décroissante. Quelle est la variable la plus corrélée à l'axe 1 ?
5. Produire les corrélations des variables avec l'axe 2 et les trier de façon décroissante. Idem pour l'axe 2. Quelle est la variable la plus corrélée à l'axe 2 ?
6. Retrouver par le calcul la contribution de la variable la plus corrélée avec l'axe 1.
7. Quel est l'individu dont la qualité de représentation sur le plan (1,2) est la plus élevée ? la moins élevée ?
8. Quel est l'individu ayant le plus contribué à la formation de l'axe 1 ? le moins contribué ?
9. Quel est l'individu ayant le plus contribué à la formation de l'axe 2 ? le moins contribué ?
10. Calculer les coefficients de corrélation linéaire entre le premier facteur et les 5 variables
11. Calculer les coefficients de corrélation linéaire entre le premier facteur et les 5 variables
12. Interpréter les deux premiers axes factoriels.