



Filière : GIndus3

Année universitaire : 2020-2021

Module : Méthodes Numériques

Enseignant : M. Derouich

Fiche TD N° : 5

Exercice 1. :

Soit une fonction $f(x)$ connue seulement pour les valeurs de x suivantes :

x	0	$\pi/8$	$\pi/4$	$3\pi/8$	$\pi/2$
$f(x)$	0	0.382683	0.707107	0.923880	1

On désire évaluer $I = \int_0^{\pi/2} f(x)dx$.

1. Estimer la valeur de I à l'aide de la méthode des rectangles à gauche composite,
2. Estimer la valeur de I à l'aide de la méthode des trapèzes composite,
3. Estimer la valeur de I à l'aide de la méthode des Simpson composite,
4. Sachant que f est définie par $f(x) = \sin(x)$, comparer alors les résultats obtenus avec la valeur exacte.
5. Rappeler la formule de l'erreur de quadrature pour chaque méthode. Donnez une estimation de l'erreur pour la fonction f , et la comparer avec l'erreur calculée dans la question précédente.

Exercice 2. :

Trouver le nombre n de subdivisions nécessaires de l'intervalle d'intégration $[-\pi, \pi]$, pour évaluer à 0.5×10^{-3} près, grâce à la méthode de Simpson, l'intégrale

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos(x)dx$$

Exercice 3. :

Soit α un nombre réel donné tel que $0 < \alpha \leq 1$ et soient $x_0 = -1, x_1 = 0, x_2 = \alpha$. Etant donnés ces trois points d'intégration, nous sommes intéressés à trouver trois nombres (poids) ω_0, ω_1 et ω_2 qui définiront la formule de quadrature

$$J(f) = \sum_{i=0}^2 \omega_i f(x_i) = \omega_0 f(-1) + \omega_1 f(0) + \omega_2 f(\alpha),$$

où f est une fonction continue quelconque donnée sur $[-1, 1]$.

1. Trouver les poids ω_0, ω_1 et ω_2 en fonction de α tels que

$$J(P) = \int_{-1}^1 P(x) dx$$

pour tout polynôme P de degré $m \leq 2$

2. Existe-t-il α tel que $J(P) = \int_{-1}^1 P(x) dx$ pour tout polynôme P de degré $m \geq 3$? Si oui, quelle est la valeur maximale de m et que valent $\alpha, \omega_0, \omega_1$ et ω_2 ?