

Fiche TD N° : 2

Exercice 1 (Interpolation de Newton). :

On interpole $f(x) = \ln(x)$ par un polynôme aux points d'interpolation

$$x_0 = 1, x_1 = 2, x_2 = 3, x_3 = 4, x_4 = 5.$$

1. Trouver une expression algébrique de ce polynôme en utilisant la méthode de Newton.
2. Estimer la valeur de $f(6,32)$ avec le polynôme trouvé en 1.
3. Calculer l'erreur absolue.
4. Combien de points d'interpolation à intervalle régulier de 0,5 faudrait-il ajouter, en partant de $x_5 = 5,5$, afin que l'erreur absolue de l'estimé de $f(6,32)$ obtenu en 2. diminue d'un facteur 100.
5. Sur l'intervalle $[3,4]$, le graphe du polynôme trouvé en 1. est-il au-dessus de celui de $f(x)$, en dessous, ou se croisent-ils ?

Exercice 2 (Interpolation de Lagrange).

Soit les trois points $(0,1)$, $(\pi/16, \cos(\pi/16))$ et $(\pi/8, \cos(\pi/8))$ de la fonction $f(x) = \cos(x)$.

1. Obtenir à l'aide de l'interpolation de Lagrange, le polynôme de degré 2 qui passe par les 3 points et en déduire une approximation de $\cos(\pi/32)$.
2. Calculer le développement de Taylor de degré 2 de la fonction $f(x) = \cos(x)$ autour de $x_0 = 0$ et en déduire une approximation de $\cos(\pi/32)$.
3. Sachant que $f'(0) = 0$, calculer le polynôme de degré 2, passant par les points $(0,1)$ et $(\pi/8, \cos(\pi/8))$ et dont la dérivée en $x = 0$ est égale à 0 et en déduire une approximation de $\cos(\pi/32)$.
4. Des trois approximations $\cos(\pi/32)$. que vous avez obtenues, qu'elle est la plus précise ? Pourquoi ?

Exercice 3. :

En relevant toutes les 10 secondes la vitesse d'écoulement de l'eau dans une conduite cylindrique, on a obtenu

t	0	10	20	30
v	2	1.89	1.72	1.44

1. Trouver une approximation de la vitesse en $t = 15$ via un polynôme interpolant de degré 2;
2. Répéter l'opération avec un polynôme de degré 3.